TRANSFERENCIA DE CALOR, CAPÍTULO 2
J. P. HOLMAN



Digitalizado por LIBROdot.com
http://www.librodot.com

CAPITULO 2

CONDUCCION EN ESTADO ESTABLE: UNA DIMENSION

2-1 INTRODUCCION

Ahora queremos examinar las aplicaciones de la ley de Fourier de conducción de calor, calculando el flujo de calor en algunos sistemas unidimensionales sencillos. Varias formas físicas diferentes pueden caer en la categoría de sistemas unidimensionales: los sistemas cilíndricos y esféricos son unidimensionales cuando la temperatura en el cuerpo es una función únicamente de la distancia radial y es independiente del ángulo azimutal o de la distancia axial. En algunos problemas bidimensionales, el efecto de una segunda coordenada en el espacio puede ser tan pequeño que se justifique despreciarlo, y el problema de flujo de calor multidimensional puede aproximarse con un análisis unidimensional. En esos casos, las ecuaciones diferenciales se simplifican y se obtiene una solución mucho más fácil como resultado de esta simplificación.

2-2 LA PARED PLANA

Primero considérese la pared plana donde puede hacerse una aplicación directa de la ley de Fourier [Ec. (1-1)]. Integrando se obtiene

$$q = -\frac{kA}{\Delta x}(T_2 - T_1) \tag{2-1}$$

cuando la conductividad térmica se considera constante. El espesor de la pared es Δx, y T_1 y T_2 son las temperaturas en las caras de

Librodot

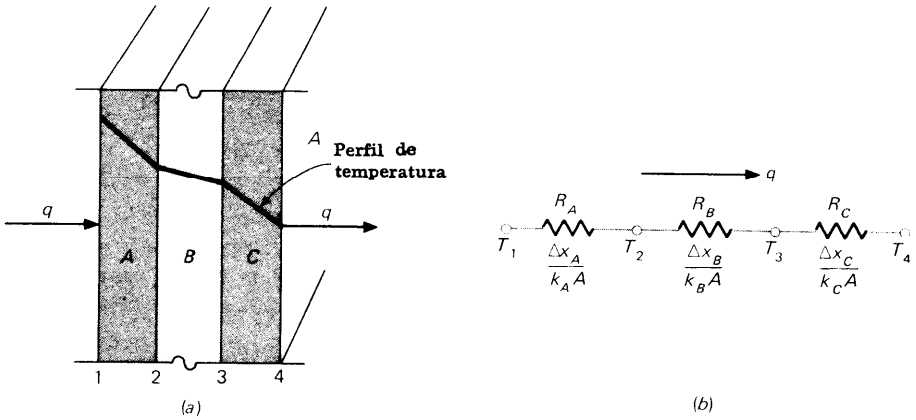


FIG. 2-1. Transferencia de calor unidimensional a través de una pared compuesta, y su analogía eléctrica

la pared. Si la conductividad térmica varía con la temperatura de acuerdo con alguna relación lineal $k = k_0(1 + \beta T)$, la ecuación resultante del flujo de calor es

$$q = -\frac{k_0 A}{\Delta x}\left[(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2}(T_2^2 - T_1^2)\right] \tag{2-2}$$

Si hay varios materiales presentes, como podría ser el caso de una pared con capas múltiples, según se muestra en la Fig. 2-1, el análisis se haría como sigue: los gradientes de temperatura en los tres materiales se muestran, y el flujo de calor puede escribirse

$$q = -k_A A\frac{T_2 - T_1}{\Delta x_A} = -k_B A\frac{T_3 - T_2}{\Delta x_B} = -k_C A\frac{T_4 - T_3}{\Delta x_C}$$

Nótese que el flujo de calor debe ser el mismo a través de todas las secciones.

Resolviendo esas tres ecuaciones simultáneamente, el flujo de calor se escribe como

$$q = \frac{T_1 - T_4}{\Delta x_A/k_A A + \Delta x_B/k_B A + \Delta x_C/k_C A} \tag{2-3}$$

En este punto detenemos nuestro desarrollo brevemente, para introducir un punto de vista conceptual diferente para la ley de Fourier. La razón de transferencia de calor puede considerarse como un flujo, y la combinación de la conductividad térmica, el espesor del material y el área, como una resistencia a este flujo. La tempe-

Librodot

ratura es el potencial o la fuerza motriz para el flujo de calor, y la ecuación de Fourier puede escribirse como

$$\text{Flujo de calor} = \frac{\text{diferencia de potencial térmico}}{\text{resistencia térmica}} \tag{2-4}$$

una relación parecida a la ley de Ohm en teoría de circuitos eléctricos. En la Ec. (2-1) la resistencia térmica es $\Delta x/kA$, y en la Ec. (2-3) es la suma de los tres términos del denominador. Debemos esperar esta situación en la Ec. (2-3) debido a que las tres paredes juntas actúan como tres resistencias térmicas en serie. El circuito eléctrico equivalente se muestra en la Fig. 2-1*b*.

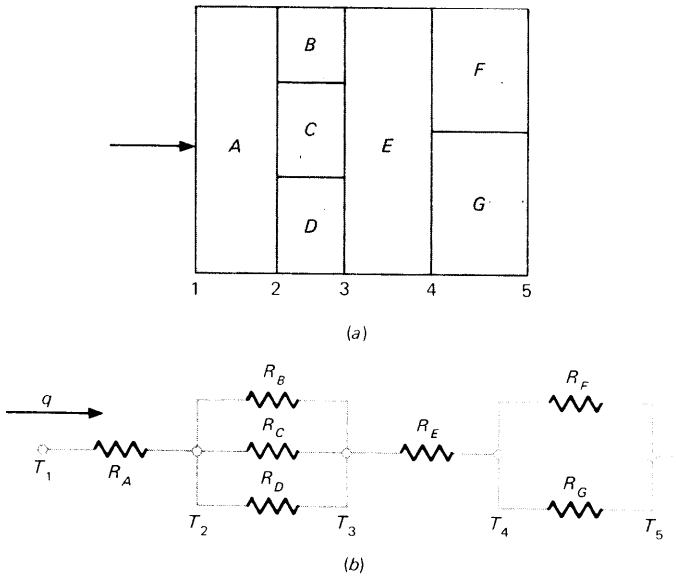


FIG. 2-2. Transferencia de calor unidimensional en serie y en paralelo a través de una pared compuesta, y su analogía eléctrica

La analogía eléctrica puede usarse para resolver problemas más complejos que involucren tanto resistencias térmicas en serie como en paralelo. En la Fig. 2-2 se muestra un problema típico y su circuito eléctrico análogo. La ecuación de flujo de calor unidimensional para este tipo de problema puede escribirse

$$q = \frac{\Delta T_{\text{total}}}{\Sigma R_{\text{tér}}} \tag{2-5}$$

donde las $R_{\text{tér}}$ son las resistencias térmicas de los distintos materiales.

Conviene mencionar que en algunos sistemas como el de la Fig. 2-2, un flujo de calor bidimensional puede resultar si las conductivi-

Librodot

dades térmicas de los materiales B, C y D difieren en forma apreciable. En esos casos, deben emplearse otras técnicas para determinar la solución.

2-3 SISTEMAS RADIALES-CILINDROS

Considérese un cilindro largo de radio interior r_i, radio exterior r_o, y de longitud L, tal como el que se muestra en la Fig. 2-3. Este cilindro se expone a un diferencial de temperatura $T_i - T_o$ y nos interesa saber cuál será el flujo de calor. Puede suponerse que el calor fluye

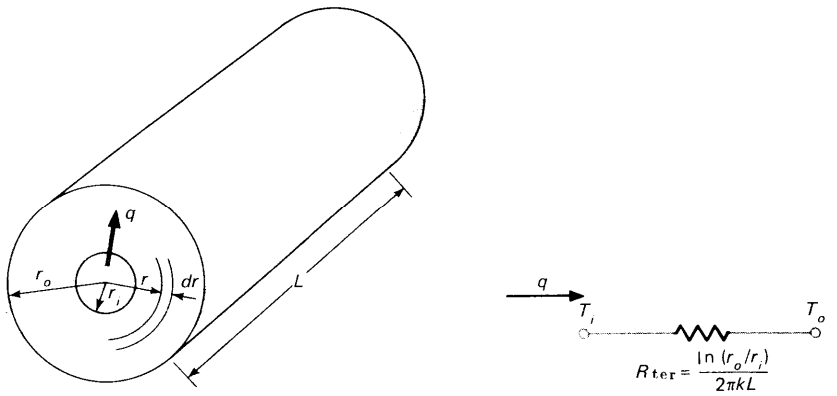


FIG. 2-3. Flujo de calor unidimensional a través de un cilindro hueco, y su analogía eléctrica

en la dirección radial, así que la única coordenada en el espacio necesaria para especificar el sistema es r. De nuevo, la ley de Fourier se usa introduciendo la relación apropiada para el área. Para el flujo de calor en el sistema cilíndrico el área es

$$A_r = 2\pi rL$$

así que la ley de Fourier se escribe

$$q_r = -kA_r \frac{dT}{dr}$$

o

$$q_r = -2\pi krL \frac{dT}{dr} \tag{2-6}$$

con las condiciones de frontera

$$T = T_i \qquad \text{en } r = r_i$$
$$T = T_o \qquad \text{en } r = r_o$$

Librodot

La solución a la Ec. (2-6) es

$$q = \frac{2\pi kL(T_i - T_o)}{\ln (r_o/r_i)} \tag{2-7}$$

y la resistencia térmica en este caso es

$$R_{\text{tér}} = \frac{\ln (r_o/r_i)}{2\pi kL}$$

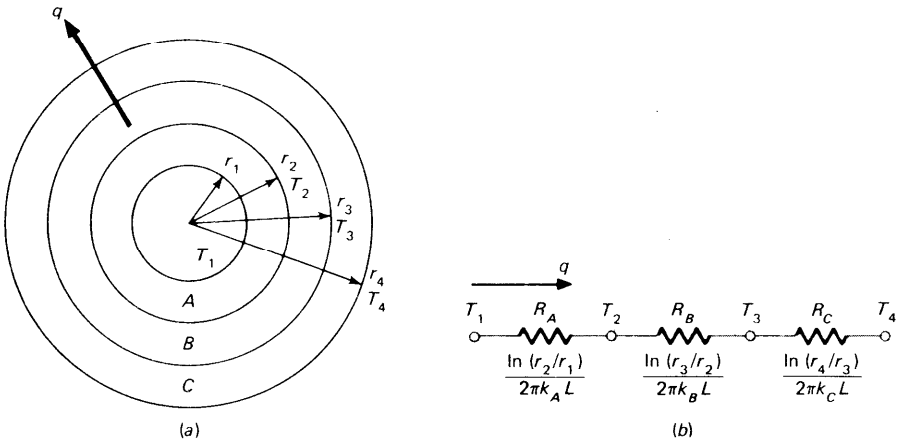


FIG. 2-4. Flujo de calor unidimensional a través de secciones cilíndricas múltiples, y su analogía eléctrica

El concepto de resistencia térmica puede usarse en paredes cilíndricas de capas múltiples, de la misma manera que se utilizó para paredes planas. Para el sistema de tres capas mostrado en la Fig. 2-4, la solución es

$$q = \frac{2\pi L(T_1 - T_4)}{\ln (r_2/r_1)/k_A + \ln (r_3/r_2)/k_B + \ln (r_4/r_3)/k_C} \tag{2-8}$$

El circuito térmico se muestra en la Fig. 2-4*b*.

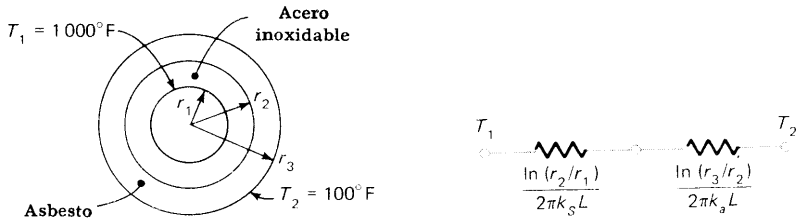
Los sistemas esféricos también pueden tratarse como unidimensionales, cuando la temperatura depende solamente del radio. El flujo de calor es entonces

$$q = \frac{4\pi k(T_i - T_o)}{1/r_i - 1/r_o} \tag{2-9}$$

La derivación de la Ec. (2-9) se deja como ejercicio.

Librodot

Ejemplo 2-1. Un tubo de acero inoxidable 18-8 de pared gruesa ($k = 12.5$) con diámetro interior (D.I.) de 1 plg y diámetro exterior (D.O.) de 2 plg, se cubre con una capa de 1 plg de aislante de asbesto ($k = 0.14$). Si se mantiene la temperatura de la pared interior del tubo a 1 000°F y la del exterior del aislante a 100°F, calcúlense las pérdidas de calor por pie de longitud.



Solución. La figura que acompaña al problema muestra la red térmica de éste. El flujo de calor está dado por

$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi(T_1 - T_2)}{\ln (r_2/r_1)/k_s + \ln (r_3/r_2)/k_a}$$
$$= \frac{2\pi(1\,000 - 100)}{\ln (\frac{2}{1})/12.5 + \ln (\frac{4}{2})/0.14}$$
$$= 1\,130 \text{ Btu/hr-pie} \quad (1\,086 \text{ W/m})$$

2-4□SISTEMAS CON FUENTE DE CALOR

Un número de aplicaciones interesantes de los principios de transferencia de calor está relacionado con sistemas en donde el calor puede generarse internamente. Los reactores nucleares son un ejemplo; los conductores eléctricos y los sistemas que reaccionan químicamente son otros. En este punto podemos limitar nuestra discusión a sistemas unidimensionales, o en forma más específica, a aquellos donde la temperatura es una función de sólo una coordenada en el espacio.

2-5□PARED PLANA CON FUENTES DE CALOR

Considérese la pared plana con fuentes de calor uniformemente distribuidas como la que se muestra en la Fig. 2-5. El espesor de la pared en la dirección x es igual a $2L$, y se supone que las dimensiones en las otras direcciones son bastante grandes para que el flujo de calor pueda considerarse como unidimensional. El calor generado por unidad de volumen es $\dot{q}$, y se supone que la conductividad térmica no varía con la temperatura. Esta situación se producirá

Librodot

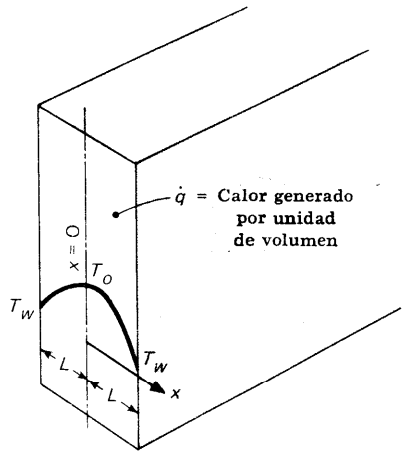


FIG. 2-5. Esquema que ilustra un problema de conducción unidimensional con generación de calor

en la práctica al pasar una corriente a través de un material conductor eléctrico.

Del Cap. 1, la ecuación diferencial que gobierna el flujo de calor es

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \tag{2-10}$$

Para las condiciones de frontera especificamos las temperaturas en cada lado de la pared, es decir,

$$T = T_w \qquad \text{en } x = \pm L \tag{2-11}$$

La solución general a la Ec. (2-10) es

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \tag{2-12}$$

Ya que la temperatura debe ser la misma en cada lado de la pared, C_1 debe ser igual a cero. La temperatura en el plano medio se denota por T_0 y, de la Ec. (2-12)

$$T_0 = C_2$$

La distribución de temperatura es, por lo tanto,

$$T - T_0 = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 \tag{2-13a}$$

$$\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \tag{2-13b}$$

Librodot

distribución parabólica. Una expresión para la temperatura del plano medio T_0 puede obtenerse mediante balance de energía. En condiciones de estado estable, el calor total generado debe ser igual al disipado por las caras. Así

$$2\left[-kA\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L}\right] = \dot{q}A2L$$

donde A es el área de sección transversal de la placa. El gradiente de temperatura en la pared, se obtiene diferenciando la Ec. (2-13*b*)

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L} = (T_w - T_0)\left(\frac{2x}{L^2}\right)_{x=L} = (T_w - T_0)\frac{2}{L}$$

Entonces

$$-k(T_w - T_0)\frac{2}{L} = \dot{q}L$$

y

$$T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_w \qquad (2\text{-}14)$$

2-6 CILINDROS CON FUENTES DE CALOR

Considérese un cilindro de radio R, con fuentes de calor distribuidas de modo uniforme y conductividad térmica constante. Si el cilindro es suficientemente largo, de tal manera que la temperatura pueda considerarse sólo como función del radio, la ecuación diferencial apropiada puede obtenerse despreciando los términos axial, azimutal, y los dependientes del tiempo de la Ec. (1-3*b*),

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \qquad (2\text{-}15)$$

Las condiciones de frontera son

$$T = T_w \qquad \text{en } r = R$$

y el calor generado es igual a las pérdidas de calor en la superficie, es decir,

$$\dot{q}\pi R^2 L = -k2\pi RL\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=R}$$

Dado que la función de temperatura debe ser continua en el centro del cilindro, podríamos especificar que

$$\frac{dT}{dr} = 0 \qquad \text{en } r = 0$$

Sin embargo, no será necesario usar esta condición, ya que ésta se satisfará automáticamente cuando las dos condiciones de frontera se satisfagan.

Librodot

Al modificar la Ec. (2-15)

$$r\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{-\dot{q}r}{k}$$

se nota que

$$r\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)$$

La integración da

$$r\frac{dT}{dr} = \frac{-\dot{q}r^2}{2k} + C_1$$

y

$$T = \frac{-\dot{q}r^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

De la segunda condición de frontera anterior,

$$\left.\frac{dT}{dr}\right)_{r=R} = \frac{-\dot{q}R}{2k} = \frac{-\dot{q}R}{2k} + \frac{C_1}{R}$$

Por lo tanto

$$C_1 = 0$$

De la primera condición de frontera,

$$T = T_w = \frac{-\dot{q}R^2}{4k} + C_2 \qquad \text{en } r = R$$

así que

$$C_2 = T_w + \frac{\dot{q}R^2}{4k}$$

La solución final para la distribución de temperatura es entonces

$$T - T_w = \frac{\dot{q}}{4k}(R^2 - r^2) \tag{2-16a}$$

o en forma adimensional

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \tag{2-16b}$$

donde T_0 es la temperatura en $r = 0$, y está dada por

$$T_0 = \frac{\dot{q}R^2}{4k} + T_w \tag{2-17}$$

Se deja como ejercicio mostrar que el gradiente de temperatura en $r = 0$ es igual a cero.

Ejemplo 2-2. Se pasa una corriente de 200 amperes a través de un alambre de acero inoxidable de 0.1 plg de diámetro. La resistividad del acero puede tomarse como 70 μohm-cm, y la longitud del alambre es de 3 pies. Si la temperatura en la superficie exterior

Librodot

del alambre se mantiene a 350°F, calcúlese la temperatura en el centro. Supóngase que k = 13 Btu/hr-pie-°F para el acero inoxidable.

Solución. La Ec. (2-17) puede usarse para calcular la temperatura en el centro del alambre, cuando el calor generado por unidad de volumen $\dot{q}$ se conoce. $\dot{q}$ puede calcularse haciendo un balance de energía

Potencia suministrada

donde R = resistencia del alambre
I = corriente eléctrica
r_o = radio exterior del alambre

La resistencia se calcula de

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(70 \times 10^{-6})(36)(2.54)}{\pi(0.05)^2(2.54)^2} = 0.126 \text{ ohm}$$

donde ρ es la resistividad del alambre. Podemos ahora calcular $\dot{q}$.

$$(200)^2(0.126) = \dot{q}\pi\left(\frac{0.05}{12}\right)^2 (3)$$

$$\dot{q} = 3.07 \times 10^7 \text{ watts/pie}^3 = 1.047 \times 10^8 \text{ Btu/hr-pie}^3$$

De la Ec. (2-17)

$$T_0 = \frac{\dot{q}r_o^2}{4k} + T_W = \frac{(1.047 \times 10^8)(0.05/12)^2}{(4)(13)} + 350$$

$$= 34.9 + 350 = 385°\text{F}$$

2-7 SISTEMAS DE CONDUCCION-CONVECCION

El calor conducido a través de un cuerpo necesita frecuentemente ser removido (o liberado) por algún proceso de convección. Por ejemplo, el calor perdido por conducción a través de la pared de un horno, necesita ser disipado a los alrededores por convección. En aplicaciones de intercambiadores de calor, podría usarse un arreglo de tubos con aletas para disipar calor de un líquido caliente. La transferencia de calor del líquido al tubo con aletas es por convección. El calor es conducido a través del material y finalmente disipado a los alrededores por convección. Obviamente, un análisis de sistemas que involucran conducción-convección combinados es muy importante desde el punto de vista práctico.

Deferiremos parte de nuestros análisis de sistemas de conducción-convección al Cap. 10 sobre Intercambiadores de Calor. Por ahora, deseamos examinar algunos problemas sencillos de superficies extendidas. Considérese la aleta unidimensional expuesta a un fluido que la rodea a temperatura T_∞, como se muestra en la Fig. 2-6. La

Librodot

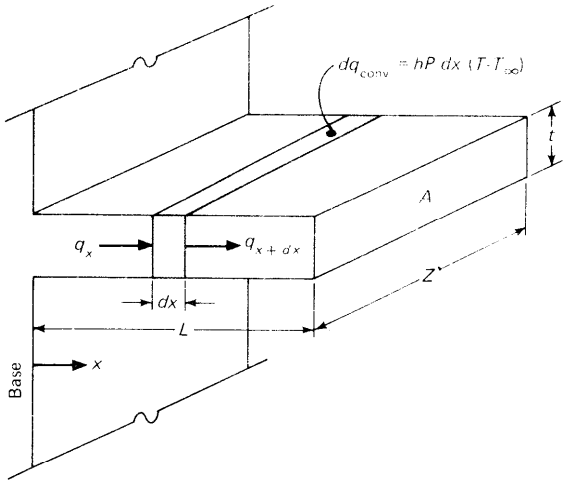


FIG. 2-6. Esquema que ilustra la conducción unidimensional y la convección a través de una aleta rectangular

temperatura en la base de la aleta es T_0. Se ataca el problema haciendo un balance de energía sobre un elemento de la aleta de espesor dx, como se muestra en la figura. Por lo tanto,

Energía entrando por la cara izquierda = energía saliendo por la cara derecha + energía disipada por convección

Se recuerda que la ecuación que define el coeficiente de transferencia de calor por convección es

$$q = hA(T_w - T_\infty) \tag{2-18}$$

donde el área en esta ecuación es el área superficial de convección. Sea el área de sección transversal de la aleta A, y el perímetro, P. Entonces, las cantidades de energía son

$$\text{Energía entrando por la izquierda} = q_x = -kA\frac{dT}{dx}$$

$$\text{Energía saliendo por la derecha} = q_{x+dx} = -kA\frac{dT}{dx}\bigg)_{x+dx}$$

$$= -kA\left(\frac{dT}{dx} + \frac{d^2T}{dx^2}dx\right)$$

$$\text{Energía disipada por convección} = hP\,dx\,(T - T_\infty)$$

Aquí se nota que el diferencial de área superficial por convección es el producto del perímetro de la aleta y el diferencial de longitud dx. Combinando las cantidades, el balance de energía da

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_\infty) = 0 \tag{2-19a}$$

Librodot

Sea $\theta = T - T_\infty$. Entonces, la Ec. (2-19*a*) será

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP}{kA}\theta = 0 \qquad (2\text{-}19b)$$

Una condición de frontera es

$$\theta = \theta_0 = T_0 - T_\infty \qquad \text{en } x = 0$$

La otra condición de frontera depende de la situación física. Varios casos pueden considerarse.

Caso 1: La aleta es muy larga y la temperatura en su extremo es esencialmente la del fluido que la rodea.

Caso 2: La aleta es de longitud finita y pierde calor por convección por su extremo.

Caso 3: El extremo de la aleta está aislado, de tal manera que $dT/dx = 0$.

Si hacemos $m^2 = hP/kA$, la solución general de la Ec. (2-19*b*) puede escribirse como

$$\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{mx} \qquad (2\text{-}20)$$

Para el Caso 1, las condiciones de frontera son

$$\theta = \theta_0 \qquad \text{en } x = 0$$
$$\theta = 0 \qquad \text{en } x = \infty$$

y la solución será

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-mx} \qquad (2\text{-}21)$$

Para el Caso 3, las condiciones de frontera son

$$\theta = \theta_0 \qquad \text{en } x = 0$$
$$\frac{d\theta}{dx} = 0 \qquad \text{en } x = L$$

Por lo tanto,

$$\theta_0 = C_1 + C_2$$
$$0 = m(-C_1 e^{-mL} + C_2 e^{mL})$$

Resolviendo para las constantes C_1 y C_2, la solución se obtiene como

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}} + \frac{e^{mx}}{1 + e^{2mL}} \qquad (2\text{-}22a)$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh\,[m(L - x)]}{\cosh\, mL} \qquad (2\text{-}22b)$$

La solución para el Caso 2 implica un poco más de álgebra y se deja como ejercicio al lector.

Librodot

Usando las ecuaciones para las distribuciones de temperatura, el calor disipado por las aletas puede calcularse fácilmente, ya que

$$q = -kA \left.\frac{dT}{dx}\right)_{x=0}$$

Podría usarse un método alterno de integrar el calor disipado por convección.

$$q = \int_0^L hP(T - T_\infty)\, dx = \int_0^L hP\theta\, dx$$

En la mayoría de los casos, sin embargo, la primera ecuación es más fácil de aplicar. Para el Caso 1 anterior,

$$q = -kA(-m\theta_0 e^{-m(0)}) = \sqrt{hPkA}\ \theta_0 \tag{2-23}$$

Para el Caso 3,

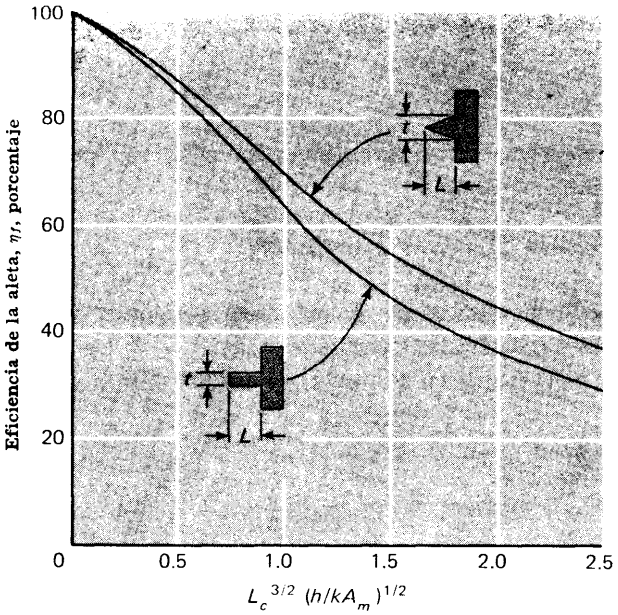
$$q = -kA\theta_0 m\left(\frac{1}{1 + e^{-2mL}} - \frac{1}{1 + e^{+2mL}}\right)$$
$$= \sqrt{hPkA}\ \theta_0 \tanh mL \tag{2-24}$$

En el desarrollo anterior, se ha supuesto que los gradientes de temperatura ocurren en forma sustancial sólo en la dirección x. Esta suposición se satisface si la aleta es suficientemente delgada. Para la mayoría de las aletas de interés práctico, el error introducido por esta suposición es menor del 1%. La exactitud total en el cálculo práctico de aletas, por lo general se limita por la incertidumbre en los valores del coeficiente de convección h. Debe hacerse notar que el coeficiente de convección es rara vez uniforme sobre la superficie entera como se ha supuesto arriba. Si el comportamiento es no uniforme en forma severa, deben usarse técnicas numéricas de diferencias finitas para resolver el problema, mismas que se discuten en el Cap. 3.

2-8 ALETAS

En el desarrollo anterior, se derivaron relaciones para la transferencia de calor de una barra o aleta de sección transversal uniforme, empotrada en una pared plana. En aplicaciones prácticas, las aletas pueden tener áreas de sección transversal variable, y pueden fijarse a superficies circulares. En cualesquiera de estos casos, el área debe considerse como una variable en la derivación, y la solución de la ecuación diferencial básica y las técnicas matemáticas serán más tediosas. Se presentarán únicamente los resultados para esas situaciones más complejas. Se refiere al lector a la Referencia

Librodot



$$L_c = \begin{cases} L + \frac{t}{2} & \text{aleta rectangular} \\ L & \text{aleta triangular} \end{cases}$$

$$A_m = \begin{cases} tL_c & \text{aleta rectangular} \\ \frac{t}{2}L & \text{aleta triangular} \end{cases}$$

FIG. 2-7. Eficiencias de aletas rectangulares y triangulares

1, para detalles sobre los métodos matemáticos usados para obtener las soluciones.

Para indicar la efectividad de una aleta transfiriendo una cantidad dada de calor, se define un nuevo parámetro llamado eficiencia de la aleta, por

$$\text{Eficiencia de la aleta} = \frac{\text{calor real transferido}}{\text{calor que debería ser transferido si el área total de la aleta estuviera a la temperatura de su base}} = \eta_f$$

Para el Caso 3 anterior, la eficiencia de la aleta será

$$\eta_f = \frac{\sqrt{hPkA}\;\theta_0 \tanh mL}{hPL\theta_0} = \frac{\tanh mL}{mL} \qquad (2\text{-}25)$$

Las aletas discutidas antes se supuso que eran suficientemente profundas para que el flujo de calor pudiera considerarse unidimensional. La expresión para mL puede escribirse

$$mL = \sqrt{\frac{hP}{kA}}\,L = \sqrt{\frac{h(2z + 2t)}{kzt}}\,L$$

Librodot

donde z es la profundidad de la aleta, y t es el espesor. Ahora bien, si la aleta es suficientemente profunda, el término 2z será muy grande comparado con $2t$. Por lo tanto,

$$mL = \sqrt{\frac{2hz}{ktz}}\,L = \sqrt{\frac{2h}{kt}}\,L$$

Multiplicando numerador por denominador por $L^{1/2}$,

$$mL = \sqrt{\frac{2h}{kLt}}\,L^{\frac{3}{2}}$$

Lt es el área del perfil de la aleta, la cual definimos como

$$A_m = Lt$$

así que

$$mL = \sqrt{\frac{2h}{kA_m}}\,L^{\frac{3}{2}} \tag{2-26}$$

Por lo tanto, podemos usar la expresión en la Ec. (2-26) para calcular la eficiencia de una aleta con extremo aislado como se da en la Ec. (2-25).

$L_c = L + \frac{t}{2}$
$r_{2c} = r_1 + L_c$
$A_m = t(r_{2c} - r_1)$

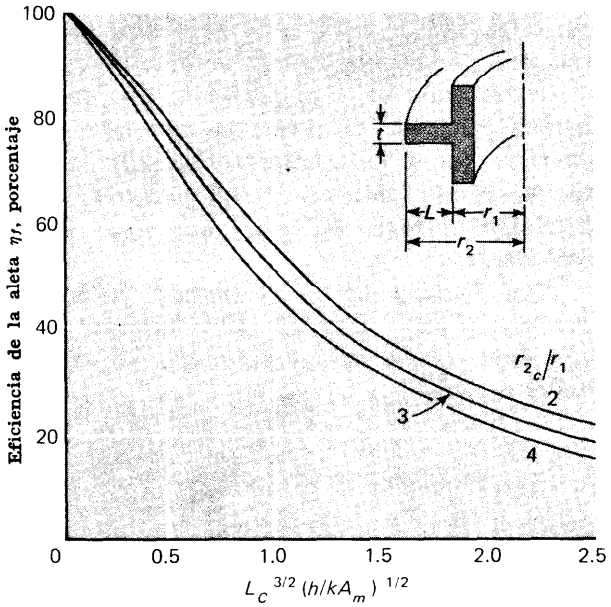


FIG. 2-8. Eficiencias de aletas circunferenciales de perfil rectangular

Librodot

Harper y Brown [2] han mostrado que la solución en el Caso 2 anterior, puede expresarse en la misma forma que la Ec. (2-25), cuando la longitud de la aleta se extiende por una mitad del espesor de la aleta. Se usa entonces una longitud corregida L_c en todas las ecuaciones que se aplican para el caso de aletas con extremo aislado. Por lo tanto,

$$L_c = L + \frac{t}{2} \tag{2-27}$$

El error que resulta de esta aproximación, será menor del 8% cuando

$$\left(\frac{ht}{2k}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

La Fig. 2-7 presenta una comparación de las eficiencias de la aleta triangular y la aleta rectangular recta, correspondiente al Caso 2 anterior. La Fig. 2-8 muestra las eficiencias de aletas circunferenciales de sección transversal rectangular [3]. Nótese que las longitudes corregidas de las aletas L_c y el área del perfil A_m, se han utilizado en las Figs. 2-7 y 2-8.

Es interesante notar que la eficiencia de la aleta alcanza su máximo valor para el caso trivial en que $L = 0$, o que no haya aleta. Por lo tanto, no debemos esperar el ser capaces de maximizar el funcionamiento de una aleta con respecto a su longitud. Es posible, sin embargo, maximizar la eficiencia con respecto a la cantidad de material de la aleta (masa, volumen o costo), y tal proceso de maximización tiene un significado de tipo económico más que obvio. No hemos discutido la presencia de transferencia de calor por radiación en aletas. La transferencia radiante es de importante consideración en un número de aplicaciones, y el lector interesado debe consultar el texto de Sparrow y Cess [9], para información sobre este material.

En algunos casos, un método válido para evaluar el funcionamiento de una aleta, es el de comparar la transferencia de calor con ésta, con la que se obtendría sin ella. La razón de esas cantidades es

$$\frac{q \text{ con aleta}}{q \text{ sin aleta}} = \frac{\eta_f A_f h \theta_0}{h A_b \theta_0}$$

donde A_f es el área superficial total de la aleta, y A_b es el área de la base. Para la aleta de extremo aislado descrita por la Ec. (2-25),

$$A_f = PL$$
$$A_b = A$$

Librodot

y la razón de calores será

$$\frac{q \text{ con aleta}}{q \text{ sin aleta}} = \frac{\tanh mL}{\sqrt{hA/kP}}$$

En el Prob. 2-25 se discute todavía otro método de evaluar el funcionamiento de una aleta. Kern y Kraus [8] dan una discusión muy completa de transferencia de calor en superficies extendidas. En la

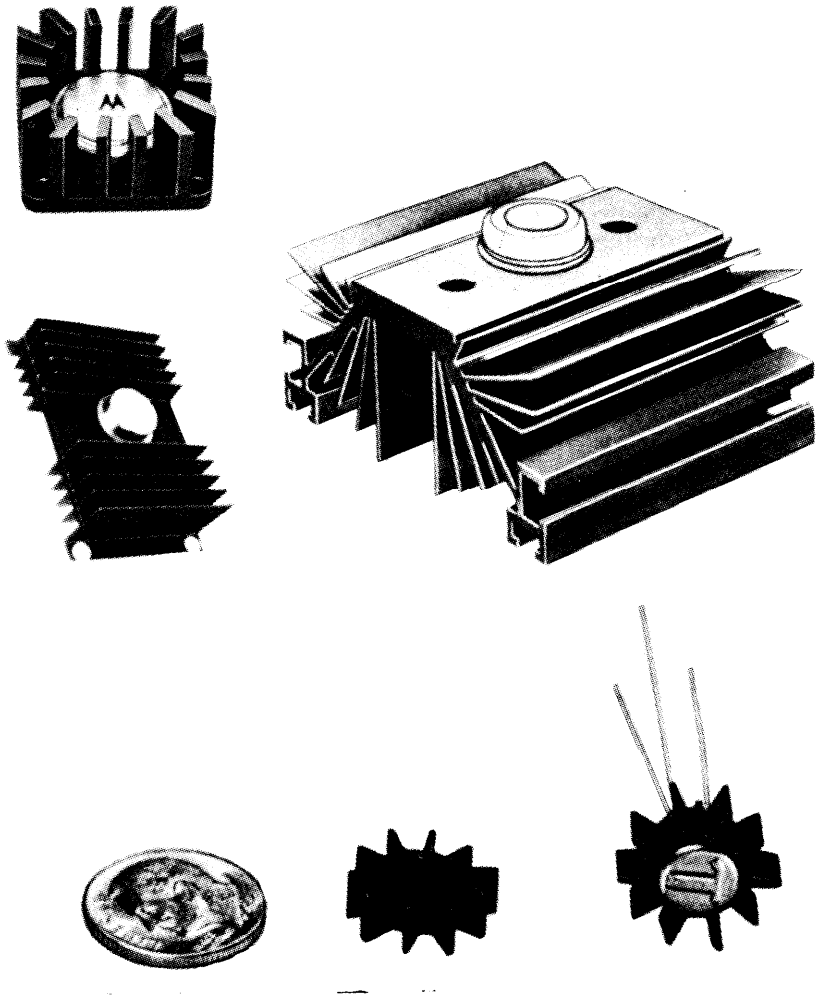


FIG. 2-9. Algunos arreglos de aletas usadas en aplicaciones de enfriamiento electrónico. (Las fotografías son cortesía de Wakefield-Engineering, Inc., Wakefield, Mass.)

Librodot

Fig. 2-9 se muestran algunas fotografías de diferentes formas de aletas empleadas en aplicaciones de enfriamiento electrónico.

Ejemplo 2-3. Una barra larga de acero (k =26) de 1 plg de diámetro, sale de una pared la cual se mantiene a 400°F. Aquélla está rodeada de un fluido que quita calor de ésta, y h = 5 Btu/hr-pie²-°F. La temperatura del fluido es de 100°F. Calcúlense las pérdidas de calor de la barra.

Solución. Esta situación corresponde al Caso 1 anterior. Se pueden calcular las pérdidas de calor inmediatamente, usando la Ec. (2-23).

$$q = \sqrt{hPkA}\,\theta_0 = \left[(5)\pi(\tfrac{1}{12})(26)\,\frac{\pi}{4}\,(\tfrac{1}{12})^2\right]^{\frac{1}{2}}(400 - 100)$$
$$= 129 \text{ Btu/hr} \qquad (37.8 \text{ W})$$

Ejemplo 2-4. Una aleta de aluminio (k = 124) de ⅛ plg de espesor y 3 plg de longitud, sale de una pared como se muestra en la Fig. 2-6. La base se mantiene a 600°F, y la temperatura ambiente es de 125°F. h = 2 Btu/hr-pie²-°F. Calcúlense las pérdidas de calor de la aleta por unidad de profundidad de material.

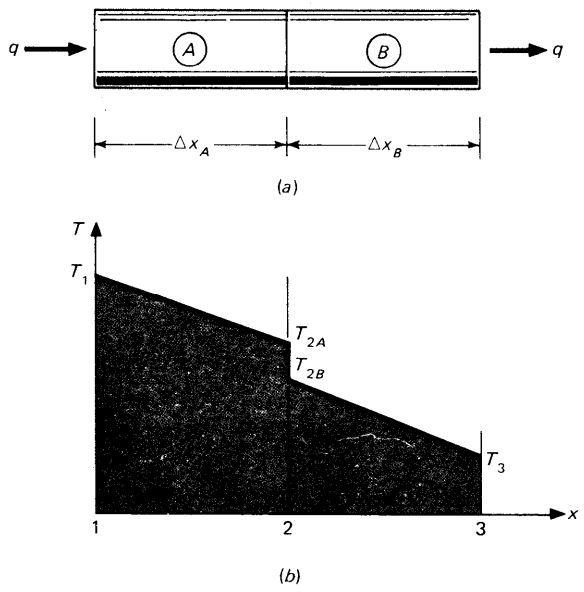


FIG. 2-10. Ilustraciones del efecto de la resistencia térmica de contacto; (a) situación física; (b) perfil de temperatura

Librodot

Solución. Esta situación corresponde al Caso 2 anterior. Se puede usar el método de solución aproximado, extendiendo la barra una longitud ficticia $t/2$ y calculando el flujo de calor de una aleta con extremo aislado como lo indica la Ec. (2-24).

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 3 + \tfrac{1}{16} = 3.062 \text{ plg}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = \sqrt{\frac{h(2z + 2t)}{ktz}} \approx \sqrt{\frac{2h}{kt}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2)(2)(12)}{(124)(0.125)}} = 1.76$$

$$q = \tanh (mL_c) \sqrt{hPkA}\ \theta_0$$

$$= mkA\ \theta_0 \tanh mL_c$$

Para una profundidad de 1 pie

$$A = (1)(\tfrac{1}{8})(\tfrac{1}{12}) = 0.0104 \text{ pie}^2$$

y

$$q = (1.76)(124)(0.0104)(600 - 125) \tanh\left(1.76 \times \frac{3.062}{12}\right)$$

$$= 453 \text{ Btu/hr-pie} \quad (435 \text{ W/m})$$

Ejemplo 2-5. En un tubo de 1 plg de diámetro se colocan aletas de aluminio de ½ plg de ancho y 1/16 plg de espesor, para disipar calor. La temperatura de superficie del tubo es de 340°F, y la temperatura ambiente del fluido es de 70°F. Calcúlense las pérdidas de calor por aleta, cuando h = 25 Btu/hr-pie²-°F. Supóngase que k = 124 Btu/hr-pie²-°F para el aluminio.

Solución. Se puede calcular la transferencia de calor usando la eficiencia de la aleta dada en la Fig. 2-8. Los parámetros que se necesitan son calculados como

$$L_c = L + \frac{t}{2} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{32} = 0.531 \text{ plg} = 0.0443 \text{ pie}$$

$$r_{2c} = r_1 + L_c = \tfrac{1}{2} + 0.531 = 1.031 \text{ plg}$$

$$\frac{r_{2c}}{r_1} = \frac{1.031}{0.5} = 2.062$$

$$A_m = t(r_{2c} - r_1) = \frac{(\frac{1}{16})(0.531)}{144} = 2.30 \times 10^{-4} \text{ pie}^2$$

$$L_c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} = (0.0443)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{25}{(124)(2.30 \times 10^{-4})}\right]^{\frac{1}{2}} = 0.277$$

De la Fig. 2-8, η_f = 90%. El calor que debería ser transferido si la aleta entera estuviera a la temperatura de la base es

$$q_{\text{máx}} = 2h\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)(340 - 70)$$

$$= \frac{(2)(25)\pi}{144} [(1.031)^2 - (0.5)^2](340 - 70) = 238 \text{ Btu/hr} \quad (69.7 \text{ W})$$

Librodot

La transferencia de calor real es, entonces, el producto de este flujo de calor y la eficiencia de la aleta.

$$q = (0.90)(238) = 214 \text{ Btu/hr} \qquad (62.7 \text{ W})$$

2-9 RESISTENCIA TERMICA DE CONTACTO

Imagínese dos barras sólidas puestas en contacto como se ilustra en la Fig. 2-10, con los lados aislados de tal manera que el calor fluye sólo en la dirección axial. Los materiales pueden ser de diferentes conductividades térmicas, pero si se aíslan los lados, el flujo de calor debe ser el mismo a través de ambos materiales bajo condiciones de estado estable. La experiencia muestra que el perfil de temperatura actual a través de los dos materiales varía aproximadamente como se muestra en la Fig. 2-10*b*. La caída de temperatura en el plano 2, el plano de contacto entre los dos materiales se dice que es el resultado de una *resistencia térmica de contacto*. Haciendo un balance de energía sobre los dos materiales, obtenemos

$$q = k_A A \frac{T_1 - T_{2A}}{\Delta x_A} = \frac{T_{2A} - T_{2B}}{1/h_c A} = k_B A \frac{T_{2B} - T_3}{\Delta x_B}$$

o

$$q = \frac{T_1 - T_3}{\Delta x_A/k_A A + 1/h_c A + \Delta x_B/k_B A} \qquad (2\text{-}28)$$

donde la cantidad $1/h_c A$ se llama la resistencia térmica de contacto, y h_c se denomina el coeficiente de contacto. Este factor puede ser extremadamente importante en ciertas aplicaciones, debido a las diferentes situaciones de transferencia de calor que involucran uniones mecánicas de dos materiales.

El mecanismo físico de resistencia de contacto puede entenderse mejor al examinar una unión en forma más detallada, como se muestra en la Fig. 2-11. La aspereza superficial real se exagera

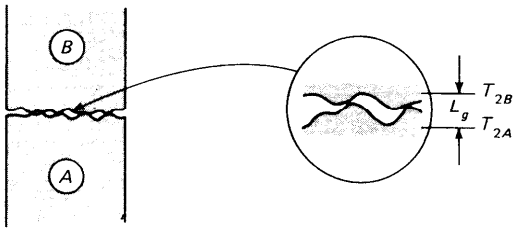


FIG. 2-11. Modelo de unión rugosa para el análisis de la resistencia térmica de contacto

Librodot

para completar la discusión. Ninguna superficie real es perfectamente lisa, y se cree que la rugosidad de la superficie desempeña un papel central en la determinación de la resistencia de contacto. Hay dos contribuciones principales a la transferencia de calor en la unión:

1. La conducción sólido a sólido en los puntos de contacto
2. La conducción a través de los gases atrapados en los espacios vacíos creados por el contacto

Se cree que el segundo factor representa la mayor resistencia al flujo, ya que la conductividad térmica del gas es bastante pequeña en comparación con la de los sólidos.

Designando el área de contacto por A_c y el área hueca por A_v, podemos escribir para el flujo de calor a través de la unión

$$q = \frac{T_{2A} - T_{2B}}{L_g/2k_A A_c + L_g/2k_B A_c} + k_f A_v \frac{T_{2A} - T_{2B}}{L_g} = \frac{T_{2A} - T_{2B}}{1/h_c A}$$

donde L_g es el espesor del espacio vacío, y k_f es la conductividad térmica del fluido que llena el espacio vacío. A es el área de sección transversal *total* de las barras. Al resolver para h_c, el coeficiente de contacto, se obtiene

$$h_c = \frac{1}{L_g}\left(\frac{A_c}{A}\frac{2k_A k_B}{k_A + k_B} + \frac{A_v}{A}k_f\right) \tag{2-29}$$

En la mayoría de los casos, el aire es el fluido que llena el espacio vacío, y k_f es pequeña comparada con k_A y k_B. Si el área de contacto es pequeña, la mayor resistencia térmica resulta del espacio vacío. El problema principal respecto a esta teoría simple, es que es extremadamente difícil determinar valores efectivos de A_c, A_v y L_g para superficies en contacto.

Del modelo físico anterior se puede concluir tentativamente:

1. La resistencia de contacto debe aumentar al disminuir la presión del gas ambiente, cuando la presión se disminuye abajo del valor donde la trayectoria media libre de las moléculas es grande comparada con una dimensión característica del espacio vacío, ya que la conductancia térmica efectiva del gas atrapado disminuirá para esta condición.
2. La resistencia de contacto debe disminuir al aumentar la presión en la unión, pues esto resulta en una deformación de los puntos altos de las superficies en contacto, creando una mayor área de contacto entre los sólidos.

En las Refs. 4, 6 y 7 se presenta una revisión muy completa del problema de resistencia de contacto. Infortunadamente, no hay

Librodot

teoría satisfactoria que pueda predecir la resistencia térmica de contacto para todos los tipos de materiales ingenieriles, ni han proporcionado los estudios experimentales correlaciones empíricas absolutamente confiables. Esto es entendible debido a las muchas condiciones superficiales complejas que se encuentran en la práctica.

La transferencia de calor por radiación a través de la unión, puede también ser importante cuando se encuentran altas temperaturas. Esta transferencia de energía puede ser calculada por los métodos que se discutirán en el Cap. 8.

PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Qué se entiende por el término unidimensional cuando se aplica a problemas de conducción?
2. ¿Qué se entiende por resistencia térmica?
3. ¿Por qué es importante la suposición de flujo de calor unidimensional en el análisis de aletas?
4. Defina la eficiencia de una aleta.
5. ¿Por qué es importante la solución de extremo aislado en los problemas de aletas?
6. ¿Qué se entiende por resistencia térmica de contacto? ¿De qué parámetros depende esta resistencia?

P R O B L E M A S

2-1. Una pared de 0.8 pies de espesor, se construye de un material que tiene una conductividad térmica promedio de 0.75 Btu/hr-pie-°F, y se aísla con material cuyo valor promedio de esta conductividad es de 0.2 Btu/hr-pie-°F, de tal manera que las pérdidas de calor por pie cuadrado no deben exceder de 580 Btu/hr. Suponiendo que las temperaturas superficiales interior y exterior de la pared aislada son de 2 400°F y 80°F, calcúlese el espesor del aislante requerido.

2-2. Cierto material de 1 plg de espesor, con una área de sección transversal de 1 pie^2, tiene un lado que se mantiene a 100°F y el otro lado a 200°F. La temperatura en el plano central del material es de 140°F, y el flujo de calor a través de éste es de 3 500 Btu/hr. Obténgase una expresión para la conductividad térmica del material como función de la temperatura.

2-3. Una pared compuesta está formada por una placa de cobre de 1 plg, una capa de asbesto de ⅛ plg y una capa de fibra de vidrio de 2 plg. La pared está sujeta a una diferencia de temperatura

Librodot

total de 1 000°F. Calcúlese el flujo de calor por unidad de área a través de la estructura compuesta.

2-4. Encuéntrese la transferencia de calor por unidad de área a través de la pared compuesta que se muestra más adelante. Supóngase flujo de calor unidimensional.

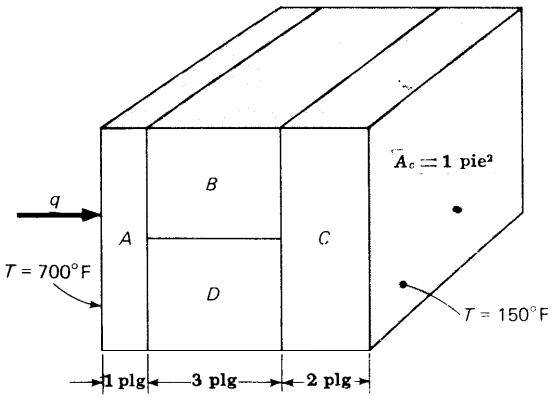
2-5. Un lado de un bloque de cobre de 2 plg de espesor se mantiene a 500°F. El otro lado se cubre con una capa de fibra de vidrio de 1 plg de espesor. El exterior de la fibra de vidrio se mantiene a 100°F, y el flujo total de calor a través de la combinación cobre-fibra de vidrio es de 150 000 Btu/hr. ¿Cuál es el área de la placa?

2-6. Un tubo de acero cuyo diámetro exterior es de 2 plg, se cubre con una capa de aislante de asbesto de ¼ plg (k = 0.096 Btu/hr-pie-°F), seguida con una capa de aislante de fibra de vidrio de 1 plg (k = 0.028 Btu/hr-pie-°F). La temperatura en la pared del tubo es de 600°F y la temperatura exterior del aislante es de 100°F. Calcúlese la temperatura en la interfase entre el asbesto y la fibra de vidrio.

2-7. Derívese una expresión para la resistencia térmica a través de un cascarón esférico de radio interior r_i y radio exterior r_o, que tiene una conductividad térmica k.

2-8. Derívese una expresión para la distribución de temperatura en una pared plana que tiene fuentes de calor uniformemente distribuidas y una cara que se mantiene a una temperatura T_1, mientras la otra se mantiene a temperatura T_2. El espesor de la pared puede tomarse como $2L$.

2-9. Derívese una expresión para la distribución de temperatura



k_A = 100 Btu/hr-pie-°F
k_B = 20 Btu/hr-pie-°F
k_C = 33 Btu/hr-pie-°F
k_D = 45 Btu/hr-pie-°F
$A_B = A_D$

en una pared plana en la cual hay fuentes de calor uniformemente distribuidas, las cuales varían de acuerdo a la relación lineal

$$\dot{q} = \dot{q}_w[1 + \beta(T - T_w)]$$

Librodot

donde $\dot{q}_u$ es una constante, e igual al calor generado por unidad de volumen a la temperatura de la pared T_w. Ambos lados de la placa se mantienen a T_w, y el espesor de la placa es $2L$.

2-10. Un alambre de acero inoxidable de ⅛ plg de diámetro, tiene 1 pie de longitud y un voltaje de 10 volts. La temperatura de la superficie en el exterior del alambre se mantiene a 200°F. Calcúlese la temperatura en el centro del alambre. Tómese la resistividad del alambre como 70 μohm-cm, y la conductividad térmica como 13 Btu/hr-pie-°F.

2-11. El alambre térmico del Ej. 2-2 se sumerge en un fluido que se mantiene a 100°F. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 1000 Btu/hr-pie^2-°F. Calcúlese la temperatura en el centro del alambre.

2-12. Una pared plana de 3 plg de espesor genera calor internamente a razón de 10^4 Btu/hr-pie^3. Un lado de la pared está aislado y el otro está expuesto a un ambiente de 100°F. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la pared y el ambiente es de 100 Btu/hr-pie^2-°F. La conductividad térmica de la pared es de 12 Btu/hr-pie-°F. Calcúlese la temperatura máxima en la pared.

2-13. Considérese una pared de protección para un reactor nuclear. La pared recibe un flujo por unidad de área de rayos gamma tal que el calor es generado dentro de la pared de acuerdo a la relación

$$\dot{q} = \dot{q}_0 e^{-ax}$$

donde $\dot{q}_0$ es la generación de calor en la cara interna de la pared expuesta al flujo de rayos gamma y a es una constante. Usando esta relación para la generación de calor, derívese una expresión para la distribución de temperatura en una pared de espesor L, donde las temperaturas interiores y exteriores se mantienen a T_i y T_o, respectivamente. Obténgase también una expresión para la temperatura máxima en la pared.

2-14. Repítase el Prob. 2-13, suponiendo que la superficie exterior es adiabática, la temperatura en la superfice interior se mantiene a T_i.

2-15. Muéstrese que la distribución de temperatura para el caso 2 en la Sec. 2-7, es

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/km) \operatorname{senh} m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk) \operatorname{senh} mL}$$

Subsecuentemente, muéstrese que la transferencia de calor es

$$q = \sqrt{hPkA}\,(T_0 - T_\infty) \frac{\operatorname{senh} mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \operatorname{senh} mL}$$

Librodot

2-16. Una barra delgada de longitud L, tiene sus dos extremos conectados a dos paredes las cuales se mantienen a temperaturas T_1 y T_2, respectivamente. La barra pierde calor al ambiente a T_∞ por convección. Derívese una expresión (a) para la distribución de temperatura en la barra, y (b) para las pérdidas de calor totales en la barra.

2-17. Una barra de longitud L tiene un extremo que se mantiene a una temperatura T_0 y se expone a un ambiente cuya temperatura es T_∞. Un elemento de calentamiento eléctrico se coloca en la barra, de tal manera que el calor es generado uniformemente a lo largo de su longitud, a razón de q Btu/pie^3-hr. Derívese una expresión (a) para la distribución de temperatura en la barra, y (b) para el calor total transferido al ambiente. Obténgase una expresión para el valor de q que hará que la transferencia de calor sea cero en el extremo que se mantiene a T_0.

2-18. Una barra de aluminio de 1 plg de diámetro y 6 plg de longitud sale de una pared que se mantiene a 500°F. La barra se expone a un ambiente cuya temperatura es de 60°F. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 2.6 Btu/hr-pie^2-°F. Calcúlese el calor disipado por la barra.

2-19. Derívese la Ec. (2-23), integrando las pérdidas de calor por convección de la barra del Caso 1, en la Sec. 2-7.

2-20. Derívese la Ec. (2-24), integrando las pérdidas de calor por convección de la barra del Caso 3, en la Sec. 2-7.

2-21. Un extremo de una barra de cobre de 1 pie de longitud, está firmemente conectado a una pared que se mantiene a 400°F. El otro extremo está firmemente conectado a una pared que se mantiene a 200°F. Se hace pasar aire a través de la barra, de tal manera que el coeficiente de transferencia de calor es de 3 Btu/hr-pie^2-°F. El diámetro de la barra es de ½ plg. La temperatura del aire es de 100°F. ¿Cuál es el calor neto disipado al aire en Btu por hora?

2-22. Una barra larga y delgada de cobre cuyo diámetro es de ¼ plg, se expone a un ambiente a 70°F. La temperatura en la base de la barra es de 300°F. El coeficiente de transferencia de calor entre la barra y el ambiente es de 4.26 Btu/hr-pie^2-°F. Calcúlese el calor cedido por la barra.

2-23. Una barra de cobre muy larga (k = 215 Btu/hr-pie-°F) de 1 plg de diámetro, tiene un extremo mantenido a 200°F. La barra se expone a un fluido cuya temperatura es de 100°F. El coeficiente de transferencia de calor es de 2 Btu/hr-pie^2-°F. ¿Qué cantidad de calor se disipa por la barra?

2-24. Una aleta de aluminio de 1/16 plg de espesor, se coloca en un tubo circular cuyo diámetro exterior es de 1 plg. La aleta tiene

Librodot

una longitud de ¼ plg. La pared del tubo se mantiene a 300°F, la temperatura ambiente a 60°F, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 4 Btu/hr-pie²-°F. Calcúlese el calor disipado por la aleta.

2-25. La eficiencia *total* para una superficie con aleta puede definirse como la razón de la transferencia de calor *total* del área combinada de la superficie y aletas, al calor que sería transferido si esta área *total* se mantuviera a la temperatura de la base T_0. Muéstrese que esta eficiencia puede calcularse de

$$\eta_t = 1 - \frac{A_f}{A}(1 - \eta_f)$$

donde η_t = eficiencia total
A_f = área de superficie de todas las aletas
A = área de transferencia de calor total, incluyendo aletas y tubo expuesto u otras superficies
η_f = eficiencia de la aleta

2-26. Una aleta triangular de acero inoxidable 18-8 se adhiere a una pared plana que se mantiene a 860°F. El espesor de la aleta es de ¼ plg y la longitud es de 1 plg. El ambiente está a 200°F y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 5 Btu/hr-pie²-°F. Calcúlese el calor disipado por la aleta.

2-27. Un tubo cuyo diámetro es de 1 plg tiene aletas circunferenciales de perfil rectangular, espaciadas a incrementos de ⅜ plg a lo largo de su longitud. Las aletas se costruyen de aluminio, y tienen 1/32 plg de espesor y ½ plg de longitud. La temperatura en la pared del tubo se mantiene a 400°F y la temperatura del ambiente es de 100°F. El coeficiente de transferencia de calor es de 20 Btu/hr-pie²-°F. Calcúlense las pérdidas de calor del tubo por pie de longitud.

2-28. Una aleta circunferencial de sección transversal rectangular rodea a un tubo de 1 plg de diámetro. La longitud de la aleta es de ¼ plg y el espesor es de ⅛ plg. La aleta se construye de acero suave. Si el aire sopla sobre la aleta de tal manera que se experimenta un coeficiente de transferencia de calor de 5 Btu/hr-pie²-°F y las temperaturas en la base y el aire son 500 y 100°F, respectivamente, calcúlese la transferencia de calor de la aleta.

2-29. Se construye una aleta rectangular recta de acero de 1 plg de espesor y 6 plg de longitud y se coloca sobre el exterior de una pared que se mantiene a 400°F. La temperatura ambiente es de 60°F y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 3 Btu/hr-pie²-°F. Calcúlese el calor disipado por la aleta, por unidad de profundidad.

Librodot

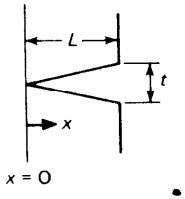
2-30. Una aleta de aluminio de $\frac{1}{16}$ de plg de espesor rodea a un tubo de 1 plg de diámetro. La longitud de la aleta es de $\frac{1}{2}$ plg. La temperatura en la pared del tubo es de 400°F y la temperatura ambiente es de 70°F. El coeficiente de transferencia de calor es de 10 Btu/hr-pie^2-°F. ¿Cuál es el calor disipado por la aleta?

2-31. Trabájese nuevamente el Prob. 2-9, suponiendo que la placa está expuesta a un ambiente convectivo en ambos lados y a temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor h. T_w es ahora una temperatura de referencia *no* necesariamente la misma que la temperatura en la superficie.

2-32. Se utiliza una corriente eléctrica para calentar un tubo a través del cual fluye un fluido refrigerante apropiado. El exterior del tubo se cubre con aislante para minimizar las pérdidas de calor a los alrededores, y se adhieren termopares a la superficie exterior del tubo para medir la temperatura. Suponiendo generación de calor uniforme en el tubo, derívese una expresión para el coeficiente de transferencia de calor por convección en el interior del tubo, en términos de las variables medidas: voltaje E, corriente I, temperatura en la pared exterior del tubo T_o, radios interior y exterior r_i y r_o, longitud del tubo L, y temperatura del fluido T_f.

2-33. Obténgase una expresión para el espesor óptimo de una aleta rectangular recta, para una área de perfil dada. Usese la solución simplificada de extremo aislado.

2-34. Derívese una ecuación diferencial (no la resuelva) para la distribución de temperatura en una aleta triangular recta. Por conveniencia, tómense los ejes coordenados como se muestran y supóngase un flujo de calor unidimensional.



2-35. La pared exterior de un edificio consiste de una capa de 4 plg de ladrillo común y una capa de 1 plg de fibra de vidrio (k = 0.03). Calcúlese el flujo de calor a través de la pared para un diferencial de temperatura de 80°F.

2-36. Se genera calor a razón de 10^6 Btu/hr-pie^3 en una barra de cobre de 1 plg^2. La barra está expuesta a un ambiente convectivo de 70°F y el coeficiente de transferencia de calor es 700 Btu/hr-pie^2-°F. Calcúlese la temperatura en la superficie de la barra.

Librodot

2-37. Una pared plana de espesor $2L$ tiene una generación de calor interna la cual varía de acuerdo a

$$\dot{q} = \dot{q}_0 \cos ax$$

donde $\dot{q}_0$ es el calor generado por unidad de volumen en el centro de la pared ($x = 0$) y a es una constante. Si ambos lados de la pared se mantienen a una temperatura constante T_w, derívese una expresión para las pérdidas de calor totales por unidad de área que tiene la pared.

2-38. Un lado de un bloque de cobre de 1½ plg de espesor, se mantiene a 400°F. La barra se expone a un ambiente convectivo de vidrio de 1 plg de espesor. El exterior de la fibra de vidrio se mantiene a 100°F y el flujo de calor total a través de la placa compuesta es de 1 000 Btu/hr. ¿Cuál es el área de la placa?

2-39. Una barra larga de acero inoxidable ($k = 9.4$) tiene una sección transversal cuadrada de ½ por ½ plg y un extremo que se mantiene a 400°F. La barra se expone a un ambiente convectivo de 100°F. El coeficiente de transferencia de calor es 7 Btu/hr-pie²-°F. Calcúlese el calor disipado por la barra.

2-40. Dos barras de acero inoxidable ($k = 10$) de 1 plg de diámetro se ponen en contacto, extremo a extremo, de tal manera que únicamente 0.1% del área de sección tranversal está en contacto en la unión. Las barras son de 3 plg de longitud y sujetas a una diferencia de temperatura axial de 500°F. La profundidad de rugosidad en cada una de las barras ($L_g/2$) se estima en 50 μplg. El fluido circundante es aire, cuya conductividad térmica puede tomarse como 0.02 Btu/hr-pie-°F para este problema. Estime el valor de la resistencia de contacto y el flujo de calor axial. ¿Cuál sería el flujo de calor para una barra continua de acero inoxidable de 6 plg?

2-41. Cuando la "presión de la unión" para dos superficies en contacto se incrementa, las partes altas de las superficies se deforman, así que el área de contacto A_c se aumenta y la profundidad de rugosidad L_g se disminuye. Discútase este efecto según la presentación incluida en la Sec. 2-9. (Algunos trabajos experimentales muestran que la conductancia de la unión varía casi directamente con la presión.)

2-42. Un tubo de radio exterior r_1 se cubre con un material aislante que tiene una conductividad térmica k y se expone a un ambiente con un coeficiente de transferencia de calor por convección h. Derívese una expresión para el espesor del aislante que produzca la máxima transferencia de calor. Discútase el resultado.

2-43. Se construye una aleta recta de perfil rectangular de duraluminio (94% Al, 3% Cu) con un espesor de $\frac{3}{32}$ plg. La longitud

Librodot

de la aleta es de 0.75 plg y está expuesta a un ambiente convectivo con h = 15 Btu/hr-pie²-°F. Si la temperatura en la base es 200°F y el ambiente está a 80°F, calcúlese la transferencia de calor por unidad de longitud de la aleta.

2-44. Cierto material semiconductor tiene una conductividad de 0.0124 watt/cm-°C. Una barra rectangular del material tiene una área de sección transversal de 1 cm² y una longitud de 3 cm. Un extremo se mantiene a 300°C y el otro a 100°C. La barra conduce una corriente de 50 amp. Suponiendo que la superficie longitudinal está aislada, calcúlese la temperatura del punto medio de la barra.

2-45. Se construye una pared plana de un material que tiene una conductividad térmica que varía con el cuadrado de la temperatura de açuerdo con la relación

$$k = k_o(1 + \beta T^2)$$

Derívese una expresión para la transferencia de calor en la pared.

2-46. La distribución de temperatura en cierta pared plana es

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = C_1 + C_2x^2 + C_3x^3$$

donde T_1 y T_2 son las temperaturas en cada lado de la pared. Si la conductividad térmica de la pared es constante y el espesor de la pared es L, derívese una expresión para la generación de calor por unidad de volumen como una función de x, la distancia del plano en que $T = T_1$. Supóngase que la generación de calor es $\dot{q}_o$ en $x = 0$.

2-47. Cierta máquina de combustión interna se enfría por aire y tiene un cilindro construido de hierro vaciado (k = 35 Btu/hr-pie-°F). Las aletas sobre el cilindro tienen una longitud de ⅝ plg y espesor de ⅛ plg. El coeficiente de convección es 12 Btu/hr-pie²-°F. El diámetro del cilindro es de 4 plg. Calcúlese el calor disipado por aleta para una temperatura en la base de 450°F y temperatura ambiente de 100°F.

2-48. Derívese una expresión para la distribución de temperatura en una esfera de radio r, con generación de calor uniforme $\dot{q}$, y temperatura en la superficie constante T_w.

2-49. Una barra de acero inoxidable de 1/16 plg de diámetro (k = 12.5 Btu/hr-pie-°F) sale de una pared que se mantiene a 120°F. La barra es de 0.500 plg de longitud y el coeficiente de convección es de 100 Btu/hr-pie²-°F. La temperatura ambiente es 80°F. Calcúlese la temperatura en el extremo de la barra. Repítase el cálculo para h = 30 y 200 Btu/hr-pie²-°F.

Librodot

REFERENCIAS

1. Schneider, P. J.: "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Mass., 1955.
2. Harper, W. B. y D. R. Brown: Mathematical Equations for Heat Conduction in the Fins of Air-cooled Engines, *NACA Rept.* 158, 1922.
3. Gardner, K. A.: Efficiency of Extended Surfaces, *Trans. ASME*, Vol. 67, Págs. 621-631, 1945.
4. Moore, C. J.: Heat Transfer across Surfaces in Contact: Studies of Transients in One-dimensional Composite Systems, *Southern Methodist Univ., Thermal/Fluid Sci. Ctr. Res. Rept.* 67-2, Dallas, Tex.. marzo 1967.
5. Ybarrondo, L. J. y J. E. Sunderland: Heat Transfer from Extended Surfaces, *Bull. Mech. Engr. Educ.*, Vol. 5, Págs. 229-234, 1966.
6. Moore, C. J., Jr., H. A. Blum y H. Atkins: Subject Classification Bibliography for Thermal Contact Resistance Studies, *ASME Paper* 68-WA/HT-18, diciembre, 1968.
7. Clausing, A. M.: Heat Transfer at the Interface of Dissimilar Metals-The Influence of Thermal Strain, *Intern. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 9, Pág. 791, 1966.
8. Kern, D. Q. y A. D. Kraus: "Extended Surface Heat Transfer", McGraw-Hill Book Company, New York, 1972.
9. Sparrow, E. M. y R. D. Cess: "Radiation Heat Transfer", Wadsworth Publishing Company, 1966.

Librodot